

Optimierungsverfahren



Simulated Annealing
Genetische Algorithmen

Jürgen Seyberth

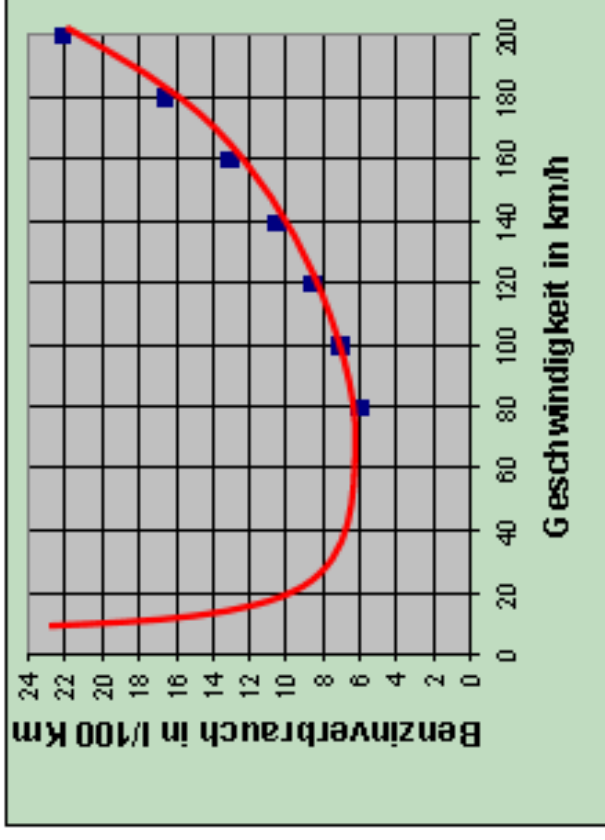
Übersicht

- Optimierungsprobleme allgemein
- klassische Optimierungsverfahren
- Traveling Salesman Problem
- Simulated Annealing
- Genetische Algorithmen

Optimierungsprobleme

- Beispiel–Problem:
 - Fahrgeschwindigkeit gesucht, bei der der Benzinverbrauch minimal wird

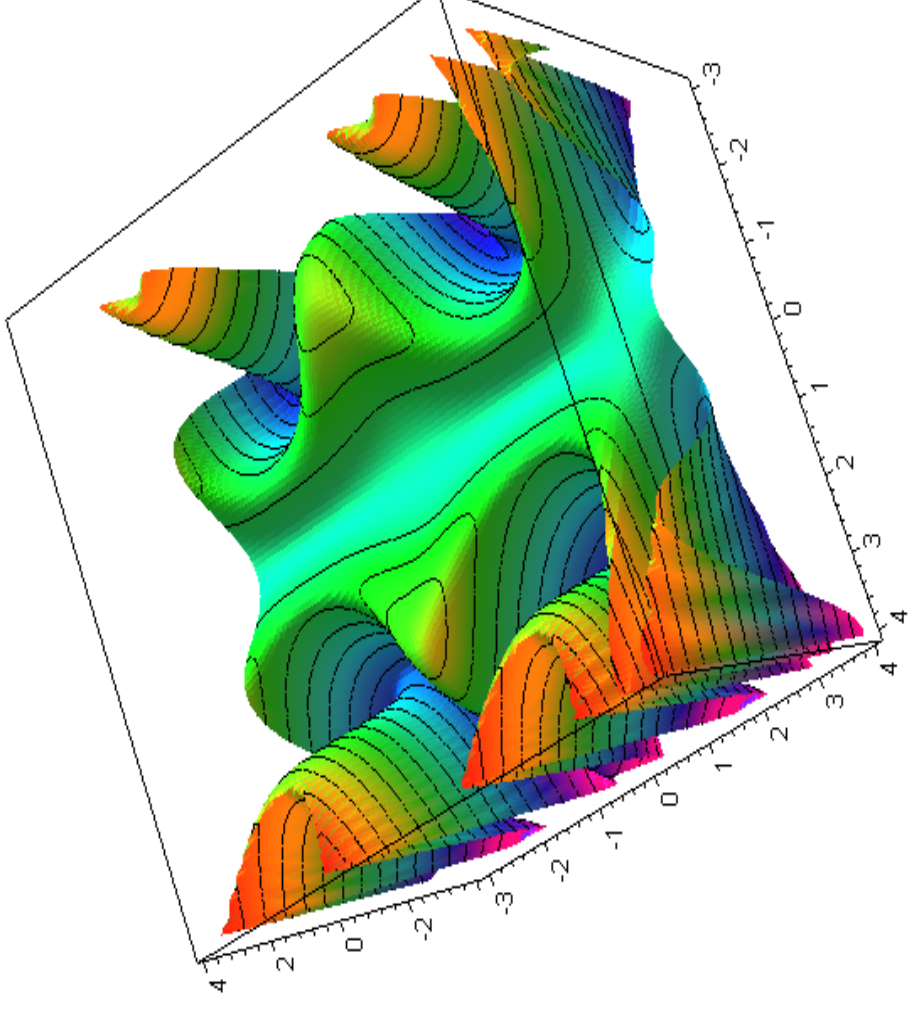
- Allgemein:
 - Für ein gegebenes Problem wird ein **Optimum** gesucht
 - Zustand wird bewertet: **Fitnessfunktion**
 - Menge aller Zustände heißt **Suchraum**
 - Suche nach Optimum = Suche nach **Maximum/Minimum** der Fitnessfunktion
 - Ein Zustand wird meist durch **mehrere Parameter** beschrieben



Mehrdimensionale Probleme

- Schaltkreise
 - minimale Leitungswege
- Stundenpläne
 - minimale Überschneidung
- Schach
 - Finden des optimalen Zuges

$$z = x \cdot \sin(x + (x \cdot y \cdot \sin(y)))$$



Klassische Optimierungsverfahren

- Simplexmethode
 - lineare Abhängigkeit von jedem Parameter
 - Lösung in einer Ecke des Suchraums
- Extremwertberechnung über Ableitungen
- Gradientenmethode
 - Suche in Richtung des steilsten Anstiegs (den Berg hinauf)
- Suchmethoden
 - vollständiges Durchsuchen
 - branch-and-bound: Abbrechen, wenn Lösung auf diesem Pfad nicht liegen kann

Traveling Salesman Problem

- Gesucht: die kürzeste geschlossene Route durch eine gegebene Anzahl von Städten
- „schweres“ Optimierungsproblem
- NP-vollständig
 - kein deterministischer Algorithmus bekannt, der das Problem in polynomialer Zeit löst
 - ein nichtdeterministischer Algorithmus kann die Lösung **raten und dann verifizieren**, beides in polynomialer Zeit

TSP – vollständiges Durchsuchen

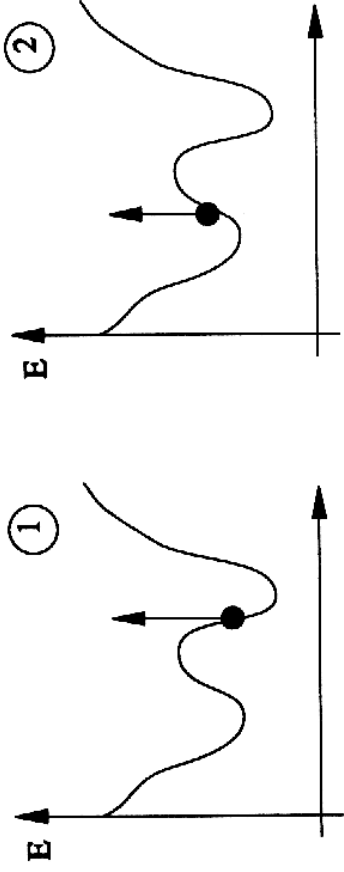
Städte	Zeit PC	Zeit Mainframe (10000 mal schneller)
10	270 Sekunden	0 Sekunden
12	0,4 Tage	4 Sekunden
14	75,1 Tage	649 Sekunden
16	49 Jahre	1,8 Tage
18	15095 Jahre	1,5 Jahre
20	5736161 Jahre	574 Jahre

Simulated Annealing

- Vorbild Werkstoffphysik
 - Kristallbildung beim Erstarren von Metallen
 - ideale Kristalle bilden sich nur, wenn **Temperatur langsam gesenkt** wird
 - ideale Kristallstruktur = **niedrige Gesamtenergie**
- Abbildung auf mathematische Probleme
 - Problemzustand = Kristallzustand
 - Fitness = Gesamtenergie
- Ablauf (Metropolis–Algorithmus)
 - es werden **kleine Änderungen** am Zustand gemacht
 - **Verkleinerung** der Gesamtenergie wird **immer** akzeptiert
 - **Erhöhung** der Gesamtenergie wird nur mit einer gewissen **Wahrscheinlichkeit** akzeptiert
 - diese Wahrscheinlichkeit wird mit der Zeit kleiner (**Temperatur**)

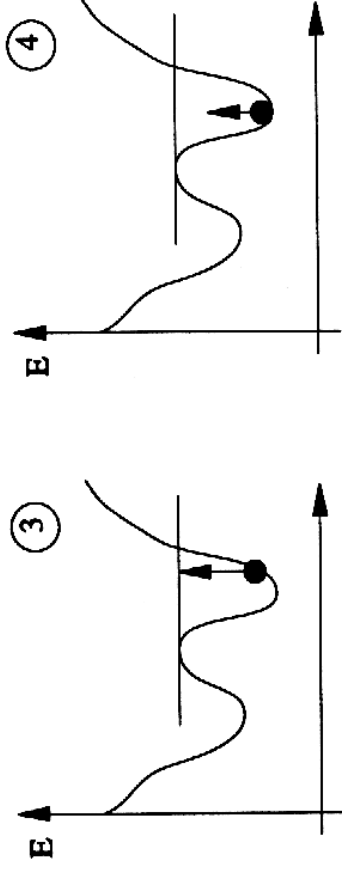
Idee des Simulated Annealing

Temperatur sinkt von 1 bis 4



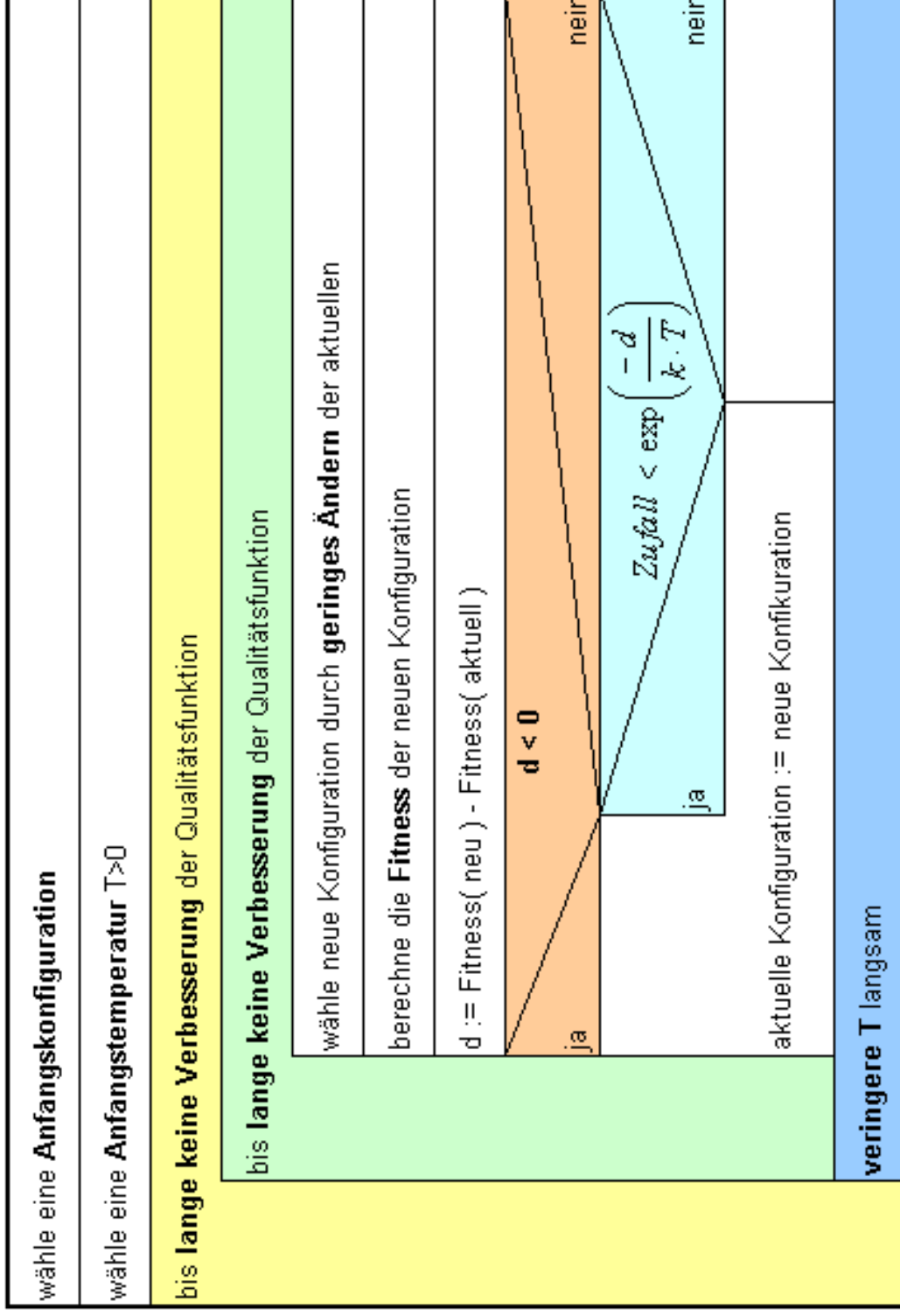
1, 2: beide Minima können leicht verlassen werden

3: nur linkes Minimum kann leicht verlassen werden



4: Minimum kann nicht mehr verlassen werden

Simulated Annealing – Algorithmus



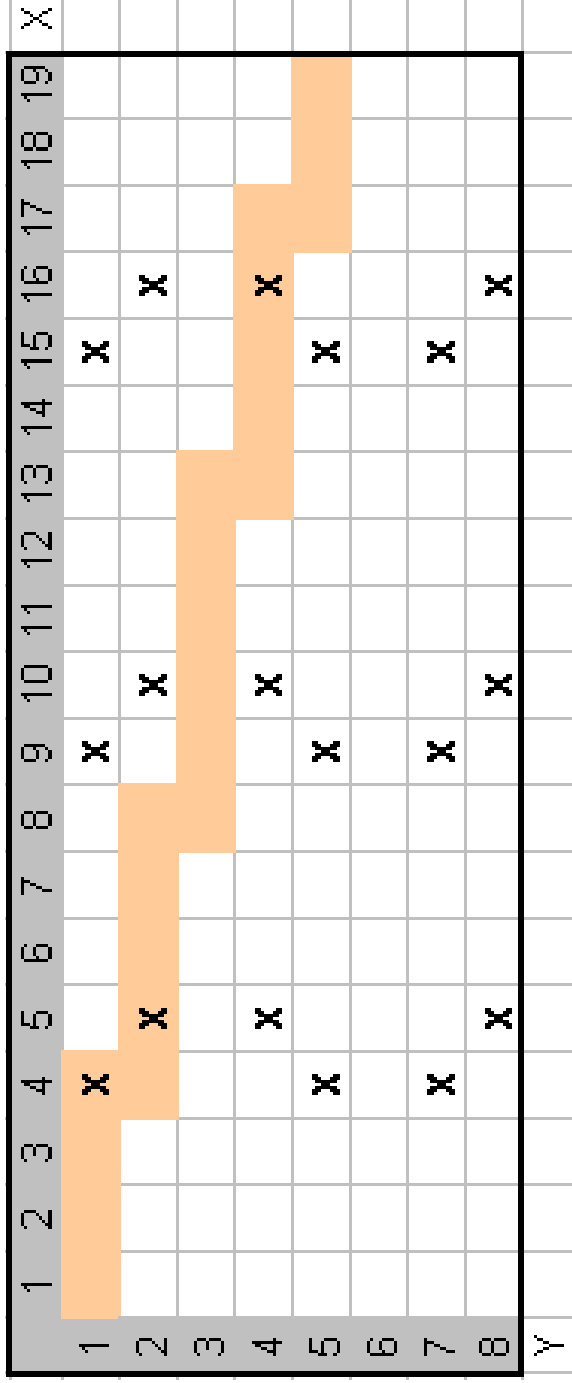
Simulated Annealing und TSP

- aktuelle Route wird durch **permutierte Liste** dargestellt
- Fitness ist die **geometrische Länge** der Route (euklidischer TSP)
- mögliche Veränderungen der Route
 - **Vertauschen** zweier beliebiger Städte
 - **Umdrehen** eines Teilpfades
 - **Rotieren** eines Teilpfades
- Schwierigkeiten
 - Geschwindigkeit der Temperatursenkung
 - Abbruchbedingung
 - Verifizieren der Lösung

Genetische Algorithmen

- Vorbild **Evolution**
- Zustand des Problems wird als **Kette** von Symbolen dargestellt (Chromosom)
- eine Kette beschreibt ein **Individuum**
- viele Individuen bilden eine **Population**
- jedem Individuum wird ein **Fitness-Wert** zugeordnet
- Optimierung durch „**genetische**“ **Veränderung** der Individuen
 - **Mutation**: kleine Veränderungen eines Individuums
 - **Rekombination**: Kreuzung zweier Individuen
 - **Selektion**: Sterben von schwächeren Individuen

Die künstliche Ente – 1



- Ente mit Schwimmverhalten–Chromosom:
00010000100000100000100
- 0: nach rechts, 1: nach unten
- Fitness: Anzahl der gefundenen Futterstellen

Die künstliche Ente – 2

- Mutation
 - Bei der Hälfte der Enten wird im Mittel jedes zehnte Bit verändert
- Selektion
 - Schwächste Ente wird durch Kopie der stärksten ersetzt
- Kreuzung
 - Chromosome der beiden stärksten Enten werden ab zufälliger Position vertauscht

vorher:

1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1

nachher:

1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1

Quellen

- Kinnebrock, Werner: **Optimierung mit genetischen und selektiven Algorithmen**. R.Oldenbourg Verlag, München; Wien, 1994
- Obitko, Marek: **Introduction to Genetic Algorithms**. <http://cs.felk.cvut.cz/~xobitko/ga/index.html>, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), 1998
- Zell, Andreas: **Simulation Neuronaler Netze**. Addison–Wesley (Deutschland) GmbH, 1996
- Lachner, Andreas: **Simulated Annealing am Beispiel des Traveling Salesman Problems**. Georg–Simon–Ohm Fachhochschule Nürnberg, 2001